

# Modelagem e Simulação do Comportamento Não Linear de Dispositivos Magnéticos

Cássia C. C. Santos<sup>1</sup>, Jorge L. R. Ortiz<sup>1</sup>, Jonatas P. Américo<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Engenharia Elétrica – Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)

85.503-390 – Pato Branco – PR – Brasil

cassiasantos@alunos.utfpr.edu.br, jlortiz@utfpr.edu.br,  
jonatasamerico@utfpr.edu.br

***Abstract.** Cores made with magnetic materials are broadly used in electrical engineering. Circuits containing these magnetic cores have nonlinear behavior and this non-linear behavior is represented by magnetization curve, that shows magnetic flow variations by varying the magnetic field. To facilitate the study and analysis of systems with magnetic cores considering their non-linear behavior, it is important to use mathematical models to represent saturation effects.*

## 1. Introdução

Os dispositivos magnéticos apresentam comportamento não linear devido o material magnético do núcleo. Esta não linearidade pode ser observada pela curva de magnetização do material magnético (Figura 1). Este comportamento não linear produz uma deformação na forma de onda da corrente (Figura 2) que resulta em um aumento no consumo de corrente e aumento das perdas magnéticas dentro do material, reduzindo o rendimento de qualquer circuito no qual o dispositivo magnético faça parte. Para estudar e analisar estes efeitos seria necessária a montagem de protótipos em laboratório, um procedimento de custo elevado, considerando que vários protótipos poderiam ser necessários. Para evitar isto, utilizam-se modelos matemáticos que simulem o comportamento não linear do material magnético, permitindo estudar e analisar o seu comportamento em uma etapa anterior à montagem prática. Neste trabalho as equações de campo magnético do dispositivo magnético, para cada modelo matemático, são determinadas e acopladas às equações do circuito elétrico, resultando em um sistema de equações único que deve ser resolvido através de um algoritmo numérico. Isto permite a simulação do dispositivo magnético alimentado por um circuito elétrico em diferentes regimes de funcionamento, podendo assim ser observado o comportamento e influência da não linearidade do material antes da montagem.

## 2. Modelagem Matemática do Material Magnético

Para modelar o comportamento não linear do material magnético foram utilizados dois modelos: modelo linearizado por segmentos e polinomial. O modelo linearizado por segmentos aproxima a curva de magnetização do material por segmentos lineares. Cada segmento é representado pela equação (1), em que “a” é a permeabilidade magnética do material e “b” é o coeficiente da ordenada do ponto onde o segmento linear intercepta o eixo B [Ortiz 2000].

$$B = aH + b \quad (1)$$

O modelo polinomial aproxima a curva de magnetização por duas equações. A equação (2) abrange a curva de magnetização da sua origem até o início da saturação, representada pela corrente  $I_s$ . A equação (3) abrange a região saturada da curva.

$$\Phi(I) = L_o I + \left[ 3\Phi_s / I_s^2 - (2L_o + L_s) / I_s \right] I^2 + \left[ (L_s + L_o) / I_s^2 - 2\Phi_s / I_s^3 \right] I^3 \quad (2)$$

$$\Phi(I) = \Phi_s + L_s (I - I_s) \quad (3)$$

Em que  $L_o$  é a indutância que compreende a região linear da curva de magnetização,  $\Phi_s$  e  $L_s$  são o fluxo e a indutância na região saturada [Martins e Tortelli 1991].

### 3. Aplicações e Resultados

Os valores de densidade de campo magnético (B), intensidade de campo magnético (H) e fluxo magnético ( $\Phi$ ) necessários para os modelos são obtidos da curva de magnetização do material IP12R obtida experimentalmente, como ilustra a Figura 1. Na Figura 1 observa-se uma região de variação proporcional entre B e H, chamada de região linear que vai de B=0 até aproximadamente B=0,3 Teslas. A partir deste ponto a variação entre B e H deixa de ser proporcional, esta região é o início da não linearidade do material, chamada de “joelho da curva”. Após B=0,4 Teslas a variação de B é mínima em relação as grandes variações de H, esta região é a região de saturação do material.

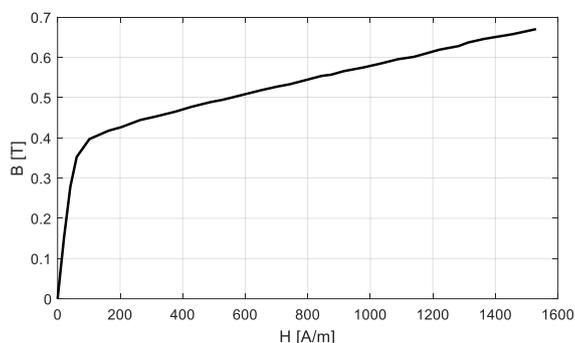


Figura 1. Curva de magnetização do material IP12R.

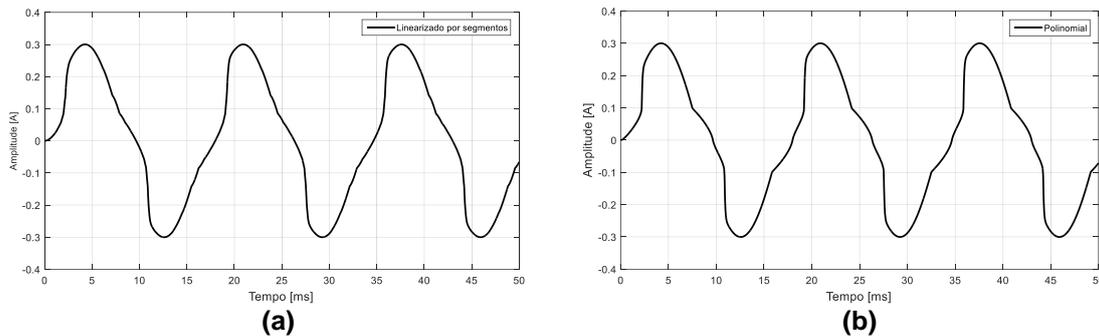
Para testar os modelos matemáticos foi simulado um circuito composto por um resistor em série com um indutor não linear. A equação (4) representa o acoplamento das equações do circuito elétrico (tensão  $v$  e corrente  $i$ ) com as equações de campo magnético (fluxo magnético  $\Phi$ ).

$$v = Ri + \frac{d\Phi}{dt} = Ri + L \frac{di}{dt} = Ri + \frac{N^2 A_e a}{\ell_m} \frac{di}{dt} \quad (4)$$

Em que  $R$  é a resistência,  $N$  número de espiras do indutor,  $A_e$  área efetiva do núcleo magnético e  $\ell_m$  é o comprimento médio no núcleo. Foi aplicado o método de Euler na equação (4) e evidenciando a corrente, obteve-se a equação (5),

$$i = v + \frac{(i_o N^2 A_e a) / \Delta t \ell_m}{R + (N^2 A_e a) / \Delta t \ell_m} \quad (5)$$

A solução da equação (5) mostra as formas de onda da corrente no circuito elétrico, quando alimentado por uma fonte  $v$  senoidal. A corrente foi obtida pela simulação do modelo linearizado por segmentos (Figura 2a) e pelo modelo polinomial (Figura 2b).



**Figura 2. Corrente obtida por simulação:(a) modelo linearizado por segmentos; (b) modelo polinomial.**

Sendo o circuito elétrico alimentado por uma tensão senoidal, a corrente irá seguir a forma de onda da tensão, assim como o fluxo magnético induzido no núcleo devido à corrente. Isto ocorre enquanto B e H se encontram na região linear. A medida que o valor da corrente aumenta, B e H também aumentam e atingem o “joelho da curva” (Figura 1) na região de grande não linearidade, produzindo uma deformação na forma de onda da corrente (Figura 2), deixando de ser senoidal. Esta deformação indica um alto conteúdo de harmônicos, aumento das perdas no circuito e diminuição do rendimento. Ao seguir aumentando a corrente, B, H e  $\Phi$  atingem a região de saturação levando a corrente a um crescimento elevado e rápido, com alto fluxo magnético, até a tensão senoidal atingir o seu valor máximo. Este processo se repete para toda a forma de onda senoidal. Como pode ser visto, representar a saturação é complexo. Na Figura 2, entre os 5 e 10 segundos os modelos conseguem representar este efeito.

## Referências

- Jorge. L. R. Ortiz (2000) “Projeto de Tese de Doutorado: Análise e Otimização de Indutores Não Lineares”, Florianópolis.
- Denizar. C. Martins e Odilon. L. Tortelli (1991) “Model of Nonlinear Inductors Applied Numerical Simulation of Static Converters” Brazilian Power Electronics Conference, SOBRAEP/UFSC.